Путешествие в мир задач на разрезание

Актуальность

- Математики открывают новые связи между математическими объектами. В результате этой работы находятся общие методы для решения различных задач. И эти задачи получают стандартные методы решения, переходя из разряда творческих в разряд технических, то есть требующих для своего решения применения уже известных методов.
- Задачи на разрезание помогают как можно раньше формировать геометрические представления у школьников на разнообразном материале. При решении таких задач возникает ощущение красоты, закона и порядка в природе.

Цель

изучить, исследовать задачи на разрезание и вывести формулы площадей треугольника, параллелограмма и трапеции с помощью задач, при решении которых нужно разрезать фигуры на части, а потом доказывать что фигуры равносоставные

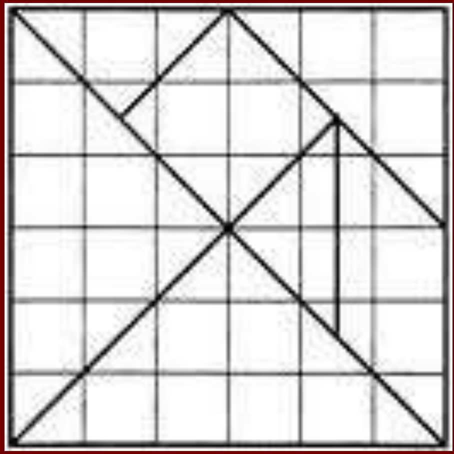
Задачи

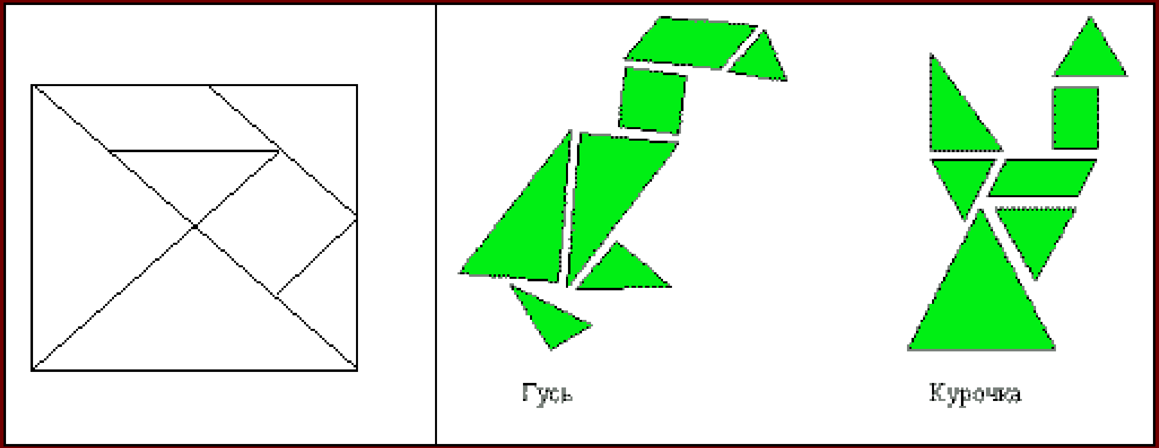
- научиться разрезать геометрические фигуры на части, необходимые для составления той или иной другой геометрической фигуры, используя их свойства и признаки;
- научиться доказывать, что площади фигур равны, разрезая их на определенные части и доказывая, что эти фигуры равносоставленные;
- провести геометрическое исследование, конструирование в решении задач различных типов.

Задачи на клеточной бумаге.

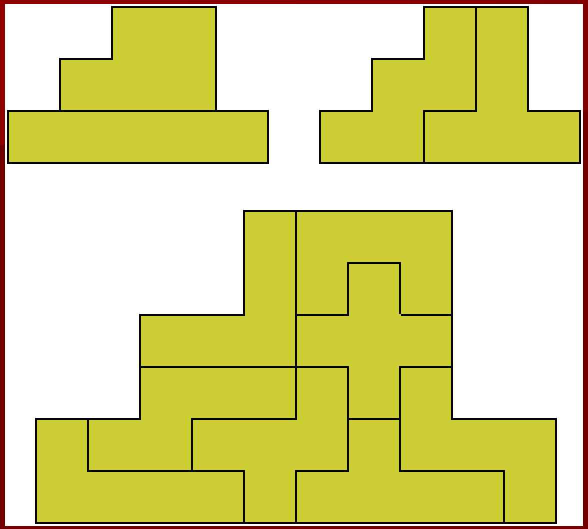
Цель: Развивать комбинаторные навыки (рассмотреть различные способы построения линии разреза фигур, правила, позволяющие при построении этой линии не терять решения), развивать представления о симметрии.

Научиться разрезать прямоугольник на две равные части, из которых можно сложить квадрат, другой прямоугольник. Научиться определять из каких прямоугольников, разрезав их, можно составить квадрат.





Полимино



Схемы «двойного удвоения»

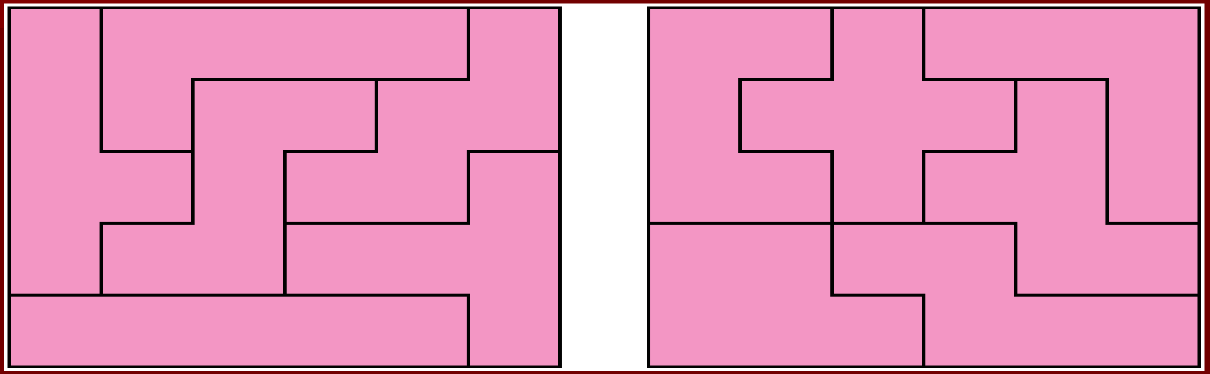
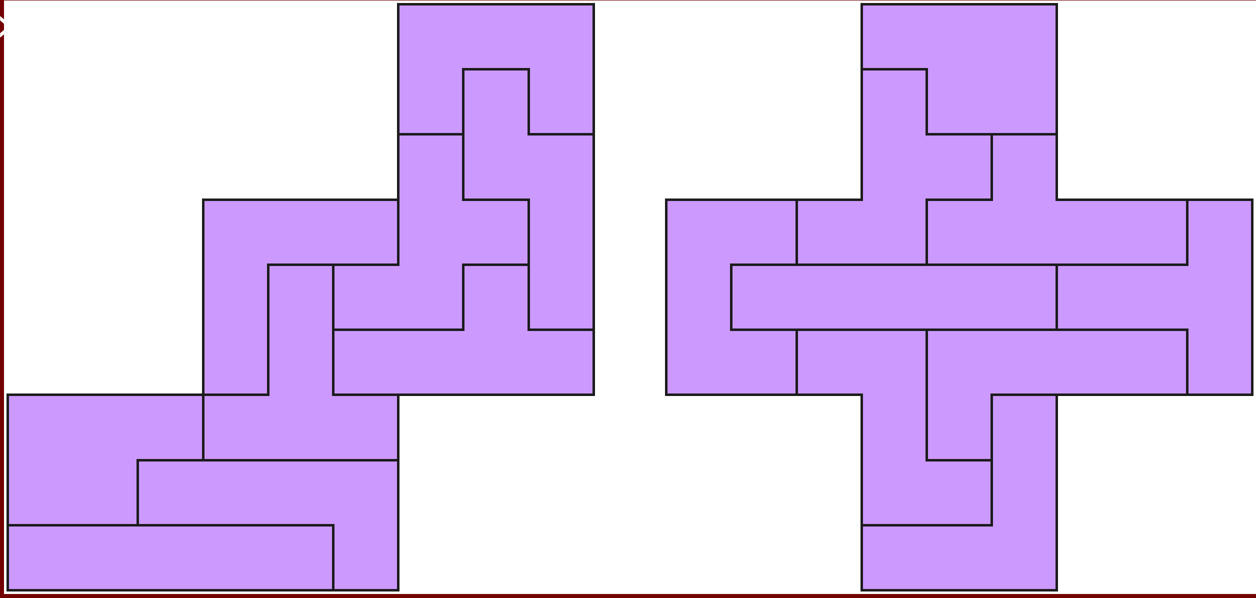
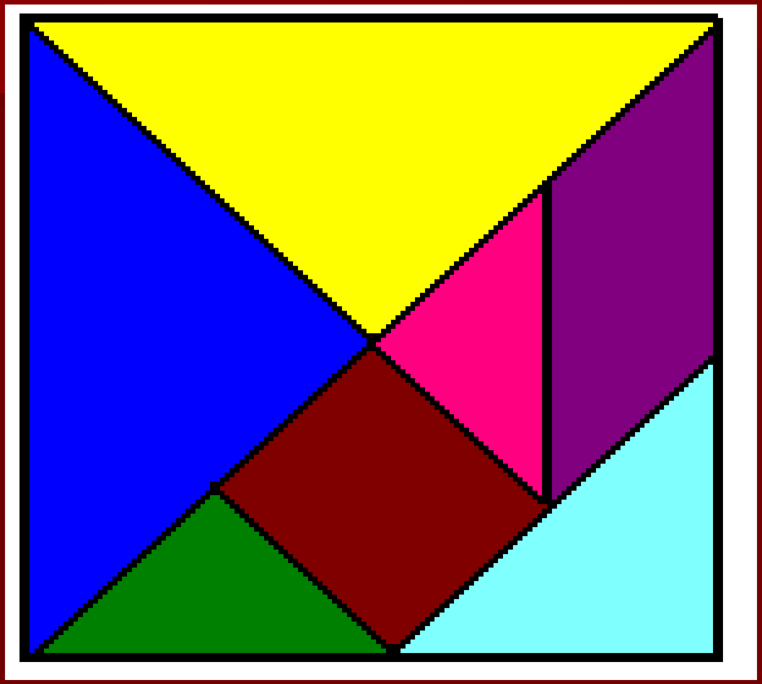
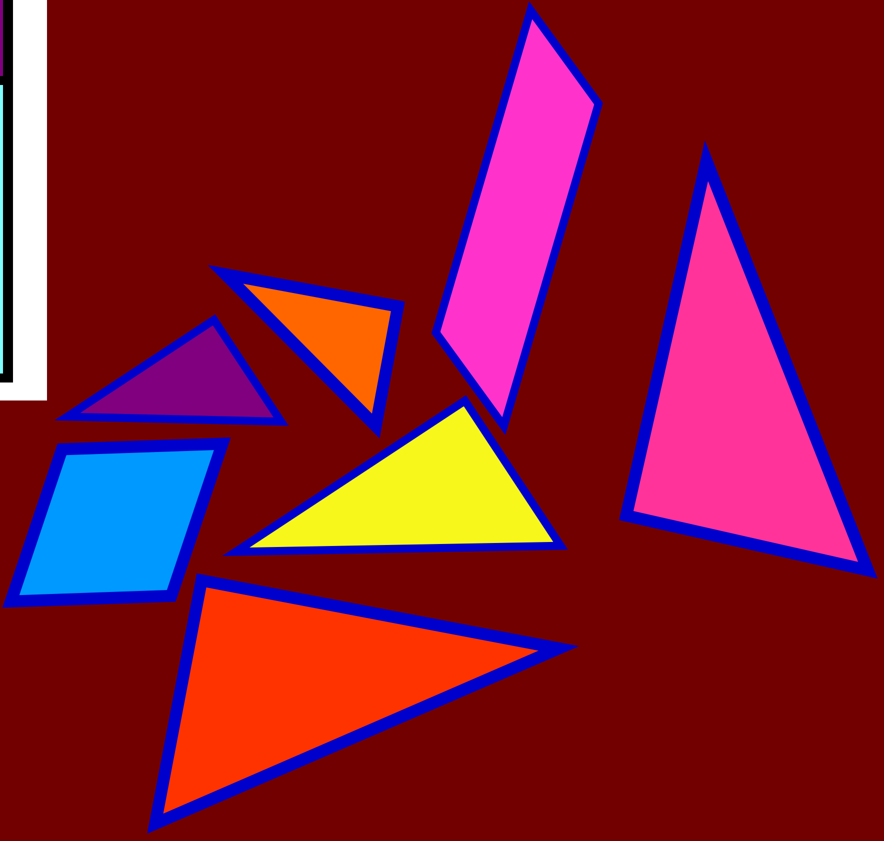


Схема утроения

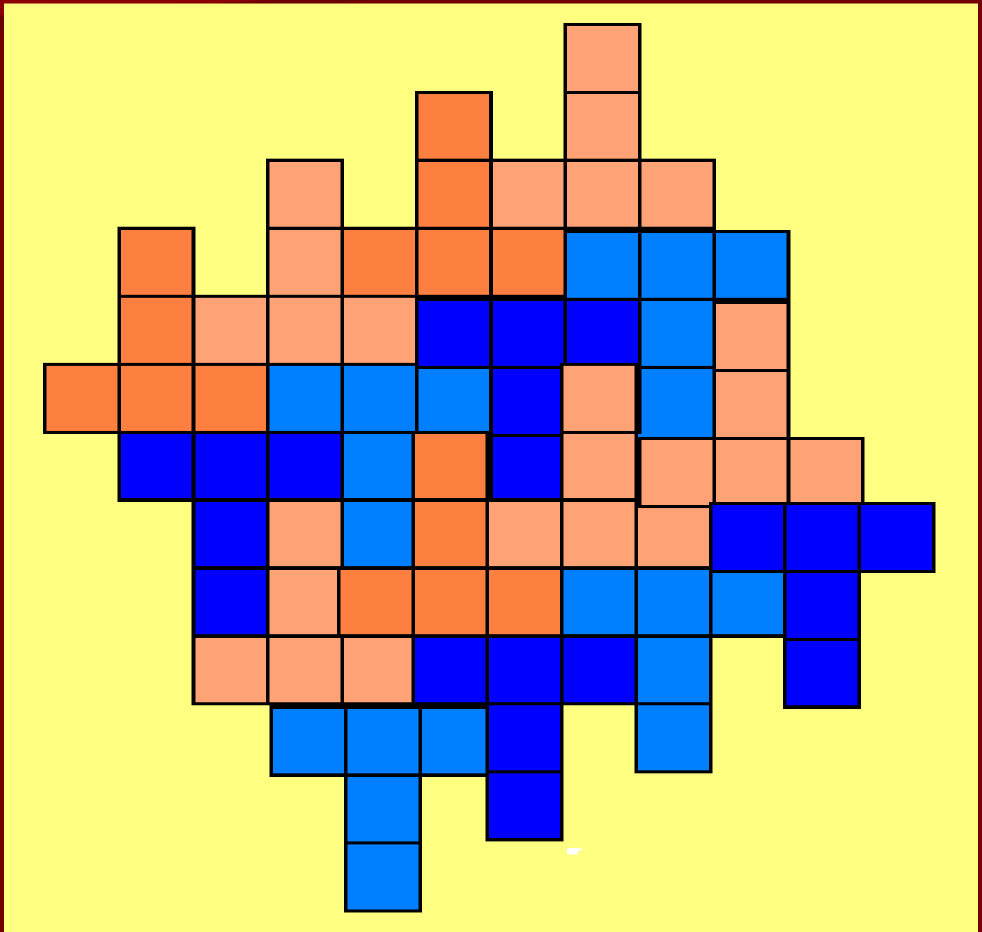


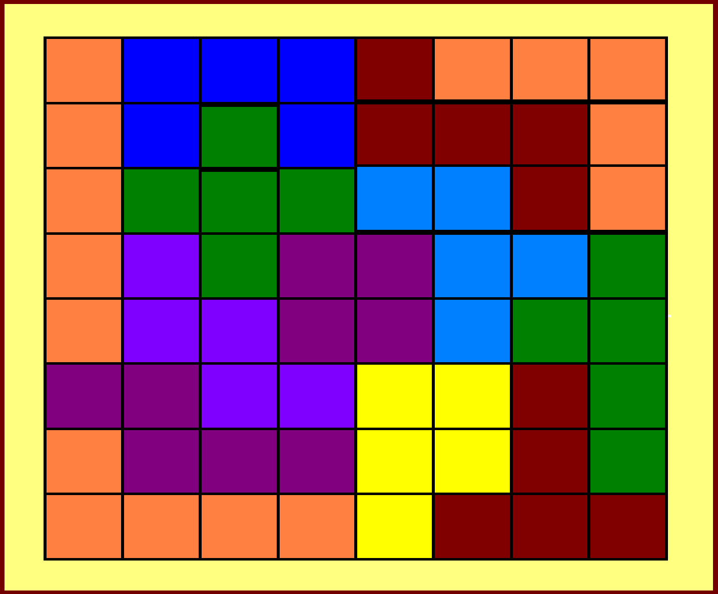
Танграм



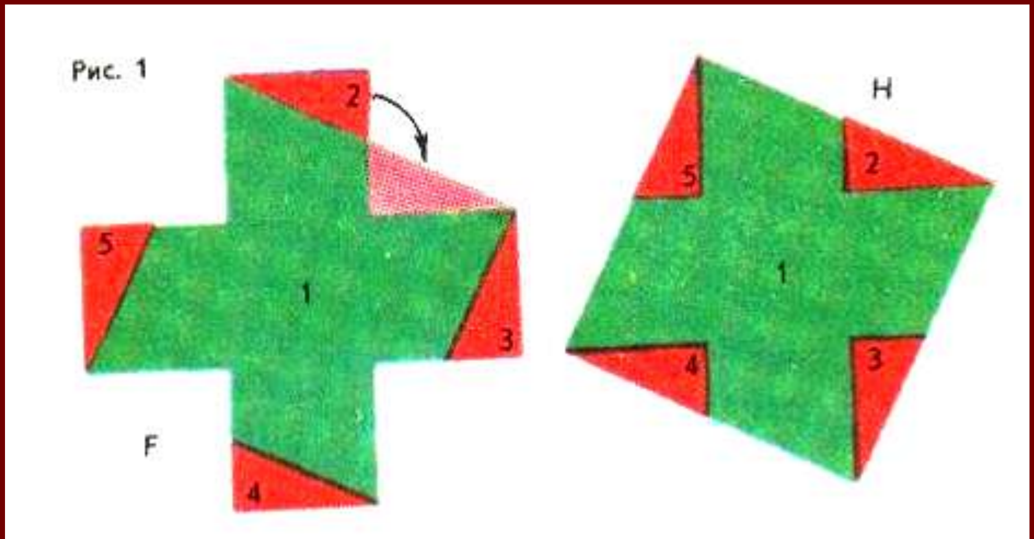


Паркет из пентамино





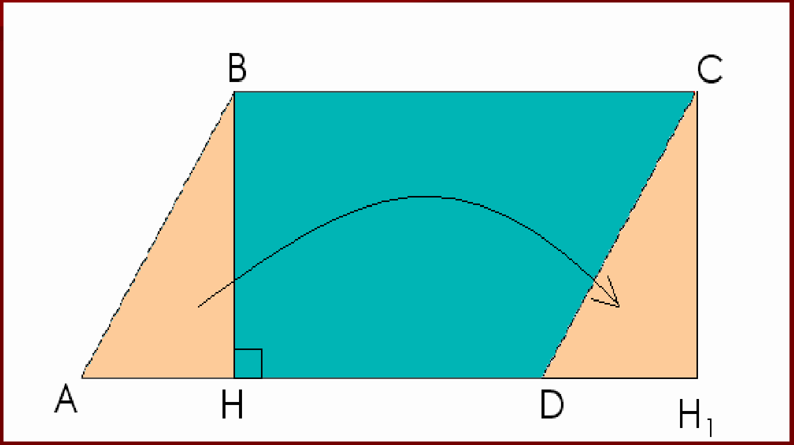
Доказательство теорем



Площадь параллелограмма

Теорема

Площадь параллелограмма равна произведению его основания на высоту.



Дано:

ABCD-параллелограмм, AD-основание,

BH-высота

Доказать:

S_{ABCD}=AD x BH

Доказательство

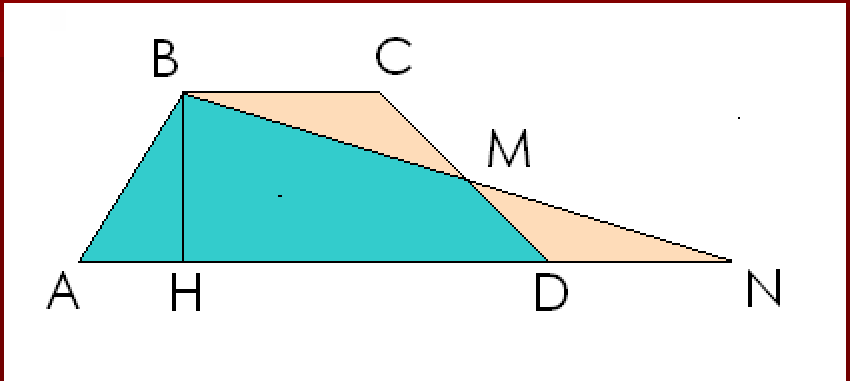
1. Перекроим параллелограмм в прямоугольник. Для этого разрежем его по высоте BH , и треугольник ABH приложим справа как показано на рисунке. Получим прямоугольник $HBCH_1$, равносоставленный с параллелограммом ABCD. Но равносоставленные фигуры являются равновеликими, т. е. $S_{HBCH1}=S_{ABCD}$.
2. S_{HBCH1}=BC x BH. Но BC=AD по свойству параллелограмма.

   Тогда S_{ABCD}=AD x BH. Теорема доказана.

Площадь трапеции

Теорема

Площадь трапеции равна произведению полусуммы её оснований на высоту.



Дано:

ABCD-трапеция, AD и BC- основания,

BH-высота

Доказать:

S_{ABCD}=1/2 (AD + BC) x BH

Доказательство

Перекроим трапецию в треугольник. Для этого разрежем её по отрезку BM, где M- середина стороны CD.Треугольник BCM приложим к отрезку MD как показан на рисунке. Получим треугольник ABN равносоставленный с трапецией ABCD, а следовательно и равновеликий , т. е. $S_{ABN}=S_{ABCD}$

S_{ABN}=1/2 AN x BH, (1)

Но AN =AD + DN, а DN = BC.

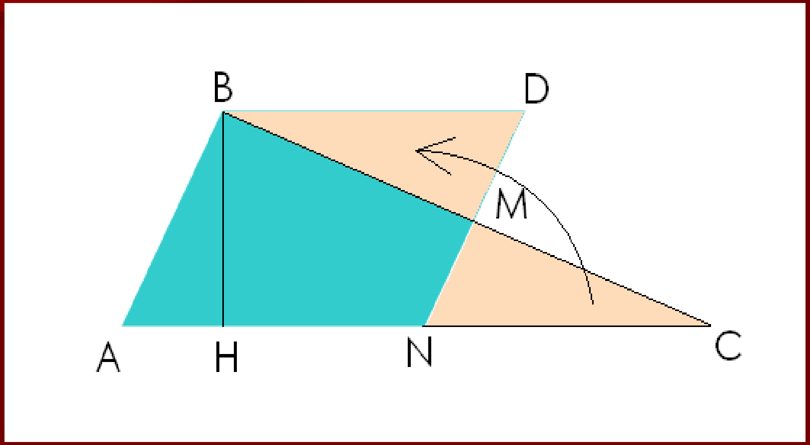
Откуда AN=AD + BC.

Подставим в (1), получим S_{ABCD}=1/2 (AD + BC) x BH. Теорема доказана.

Площадь треугольника

Теорема

Площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту.



Дано:

ABC-треугольник, AC- основание, BH- высота.

Доказать:

S_{ABC} = ½ AC x BH

Доказательство

Перекроим треугольник в параллелограмм. Для этого проведём среднюю линию MN и разрежем треугольник ABC на две части. Треугольник MNC приложим к отрезку BM как показано на рисунке. Получим параллелограмм ABDN, равносоставленный с треугольника ABC, а следовательно и равновеликий. Тогда S_{ABDN}=S_{ABC}

S_{ABDH}=AN x BH. Но AH=1/2 AC, т. к. N-середина AC.

Следовательно S_{ABC}=1/2 AC x BH. Теорема доказана.